Розглядається проблема вибору вагової функції та масштабного множника із врахуванням особливостей спектра дискретних сигналів. Описуються залежності максимальних значень методичних похибок від нормованої частоти при використані вагової функції Кайзера-Бесселя та Дольфа-Чебишева. Наводиться алгоритм адаптивної оптимізації вибірки, перевірка отриманих теоретичних результатів проводилась методом чисельного моделювання

Ключові слова: просторо-часовий сигнал, діагностика, надійність, вагова функція, спектр, складні системи

Рассматривается проблема выбора весовой функции и масштабного множителя с учетом особенностей спектра дискретных сигналов. Описываются зависимости максимальных значений методических погрешностей от нормированной частоты при использовании весовой функции Кайзера-Бесселя и Дольфа-Чебышева. Приводится алгоритм адаптивной оптимизации выборки, проверка полученных теоретических результатов проводилась методом численного моделирования

Ключевые слова: пространственно-временной сигнал, диагностика, надежность, весовая функция, спектр, сложные системы

УДК 519.216.:681.518

АЛГОРИТМ МІНІМІЗАЦІЇ МЕТОДИЧНОЇ ПОХИБКИ ОЦІНКИ ЧАСТОТИ СИГНАЛУ ПО МАКСИМУМУ СПЕКТРА

Н. Б. Марченко
Кандидат технічних наук, доцент*
E-mail: nadmar@i.ua
В. В. Нечипорук
Кандидат технічних наук, доцент*
*Кафедра інформаційно-вимірювальних систем**
E-mail: styop_el@bigmir.net
О. П. Нечипорук
Кандидат технічних наук, доцент
E-mail: styop_el@bigmir.net
Кафедра комп'ютеризованих систем управління**
**Національний авіаційний університет
пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, Україна, 03068

1. Вступ

Ефективними засобами зниження методичної похибки оцінок є застосування згладжуючи вагових функцій (ВФ). При знаходженні ВФ критеріями оптимальності вважаються: мінімум рівня бокових пелюсток, мінімум ширини головної спектральної компоненти, мінімум похибки оцінювання спектральної щільності потужності. Вибір вагової функції та масштабного множника суттєвим чином залежить від об'єму вибірки, від можливого ступеня гладкості функції та від інших апріорних припущень.

Обробка даних за допомогою ВФ дозволяє послабити вплив бокових пелюсток, але лише за рахунок погіршення спектральної складової. В зв'язку з цим є актуальною задача створення таких ВФ та алгоритмів на їх основі, які при мінімальному знижені спектральної складової дозволять виключити або мінімізувати методичну складову похибки оцінки частоти.

2. Аналіз досліджень та публікацій

Аналіз джерел інформації з теми дослідження показав, що існують ефективні процедури спектрального аналізу радіосигналів в РЛС із застосуванням ВФ, на основі яких створені технічні пристрої, алгоритми та програмні комплекси [1–4]. При цьому алгоритми, що дозволяють підвищити точність оцінки частоти, істотно залежать від властивостей ВФ. У теж час, незважаючи на підвищений інтерес до проблеми дослідження, ряд теоретичних задач спектрального аналізу не вирішений.

Зокрема, в даний час відсутні аналітичні оцінки похибки та їх зв'язок з параметрами ВФ, які могли б стати відправними пунктами створення алгоритмів прецизійного оцінювання частоти сигналу. Залишається також актуальним завдання подальшого вдосконалення алгоритмів обробки радіосигналів, так як не повною мірою вирішені питання визначення та мінімізації методичної похибки оцінки частоти радіосигналу , що приймається на тлі завад.

Серед множини відомих ВФ існує обмежене число ВФ, що враховують особливості спектра дискретних сигналів. До таких ВФ в першу чергу відносяться ВФ Дольфа-Чебишова, для якої форма огинаючої визначається не лише параметром α , однозначно пов'язаним з рівнем бокових пелюсток, але і числом дискретних відліків вибірки сигналу.

Дослідження ВФ, викладені в [1, 5, 6], показали, що для максимального динамічного діапазону виявлених сигналів оптимальними є ВФ Кайзера-Бесселя, Барсилона-Темеша та Блекмана-Херріса. Вікно Кайзера-Бесселя при обмеженій довжині і обмеженій загальній енергії, забезпечує максимальну енергію в заданій смузі частот [5, 7, 8].

Запропоновані в роботі алгоритми мінімізації похибки оцінки частоти з використанням відомих однопараметричних ВФ Дольфа-Чебишова та ВФ Кайзера-Бесселя дозволяють виключити методичну похибку оцінки частоти короткої вибірки моногармонічного сигналу. Монотонне зменшення рівня бічних пелюсток ВФ Кайзера-Бесселя з зростанням частоти дозволяє застосовувати запропоновані алгоритми для зниження методичної похибки оцінки частоти, що викликається сигналоподібною завадою [10, 11].

3. Мета та задачі дослідження

Метою роботи є розгляд та застосування методики адаптивної оптимізації параметрів ВФ, що мінімізує методичну похибку оцінювання частоти до малих величин, яка реалізує її алгоритм, виконує багатокрокову ітераційну обчислювальну процедуру.

Досягнення поставленої мети передбачає вирішення таких завдань:

• отримання аналітичних виразів для визначення методичної похибки оцінки частоти радіосигналу, що приймається на тлі перешкод і зваженого ВФ, і алгоритмів зниження похибки;

• створення ВФ, що допускають адаптацію їх форми для одночасного зниження похибки оцінювання частоти і амплітуди сигналу, що приймається на тлі сигналоподібних завад;

• розробку алгоритмів адаптивного спектрального аналізу, що використовують отримані ВФ, забезпечують мінімум методичної похибки оцінки частоти сигналу.

4. Постановка задачі та способи її розв'язку

Для оцінки частоти сигналу необхідно розв'язати рівняння [3]

$$\frac{d}{d\Omega}\left|\dot{S}(\Omega)\right|^2=\frac{d}{d\Omega}\left|\sum_{i=1}^{N}\dot{S}_i(\Omega)\right|^2=0\,, \quad (1)$$

$\dot{S}_i(\Omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}w(t)u_i(t)\exp(-j\Omega t)dt$ – спектральна щільність i -ї компоненти зваженої вибірки сигналу $u(t)=\sum\limits_{i=1}^{N}U_i(t)\cos\left[\phi_i(t)\right]$, отриманого на симетричному часовому інтервалі $\left[-0{,}5T\ldots0{,}5T\right]$;

$w(t)$ – ВФ, симетрична відносно середини вибірки сигналу.

Обмежуючись в розкладі квадратичним наближенням, отримаємо перший наближений розв'язок рівняння (1) та, відповідно, похибку

$$\Delta x_1=x_{max1}-x_1\approx-\left\{\left|\dot{S}(x_1)\right|^2\right\}' \Big/ \left\{\left|\dot{S}(x_1)\right|^2\right\}''\,. \quad (2)$$

Формула, що визначає частоти, які оцінюються без похибки, приймає вигляд:

$$\left(x_n-x_1\right)_{ТЧ}=\sqrt{N^2+L^2/\pi^2}\,, \quad (3)$$

де $N=1,2,3,\ldots$ – номер бічної пелюстки від'ємної області частот, екстремум якого співпадає з максимумом головної спектральної компоненти додатної області частот або номер точки з нульовою похибкою оцінювання. Враховуючи визначення похибки через вплив бокових пелюсток умова точного обчислення частоти (1) в цьому випадку набуває вигляду:

$$\pi\sqrt{\left(x_n-x_1\right)^2_{ТК}-\alpha^2}=tg\left(\pi\sqrt{\left(x_n-x_1\right)^2_{ТК}-\alpha^2}\right). \quad (4)$$

Значна методична похибка при спектральної оцінці частоти короткої вибірки гармонічного сигналу і залежність методичної похибки від виду ваговій функції та її параметрів визначають необхідність і можливість зниження похибки [1]. Оптимізація параметрів ВФ для зменшення оцінки частоти, короткої вибірки гармонічного сигналу можлива для тих ВФ, у яких становище екстремумів бічних пелюсток спектральної щільності однозначно пов'язане з змінними параметрами. ВФ Дольфа-Чебишева і Кайзера-Бесселя задовольняють цій умові. З виразів (3), (4) [4] випливає, що для будь-якої частоти $x>1{,}43$ існують такі значення параметрів ВФ α і Q, при яких поточна нормована частота співпадає з найближчою точкою з нульовою похибкою оцінювання частоти сигналу.

До проведення вимірювань частота сигналу не відома, тому точні значення параметрів вагових функцій, що задовольняють умовам (3), (4), що не можуть бути визначені.

Отже, процес визначення необхідних параметрів ВФ повинен бути ітераційним з багаторазовим повторенням обчислень і уточненням Q або α на кожній ітерації. Ця процедура повторюється до зниження абсолютного значення різниці між отриманим значенням $\hat{x}_1^{(n)}$ і його попереднім значенням $\hat{x}_1^{(n-1)}$ наперед заданої величини Δ_x:

$$\left|\hat{x}_1^{(n)}-\hat{x}_1^{(n-1)}\right|\le\Delta_x\,. \quad (5)$$

Форма більшості відомих ВФ незмінна. Однак при використанні будь-якої ВФ обмеженої довжини існують точки з нульовою похибкою оцінки частоти, однозначно пов'язані з відносною довжиною вибірки сигналу [4]. У такому випадку, зміна довжини інтервалу аналізу, який в розглянутому алгоритмі не співпадає з довжиною вибірки сигналу, дозволяє змінити відносну частоту оброблюваної вибірки сигналу і сумістити точку з нульовою похибкою вимірювань зі значенням вимірюваної частоти. Враховуючи, що в більшості випадків спектрального аналізу максимальна довжина вибірки сигналу обмежена, будемо розглядати тільки зменшення тривалості інтервалу аналізу в порівнянні з тривалістю оброблюваної вибірки сигналу. У результаті такої корекції інтервалу аналізу відбувається зближення складових спектру додатної та від'ємної областей частот [5, 6].

Мінімізація похибки підбором інтервалу аналізу можлива з будь-якими ВФ і, зокрема, з ВФ Дольфа-Чебишева і Кайзера-Бесселя. Тому аналіз розглянутого методу проведемо з використанням цих ВФ. З виразів (3), (4) випливає, що будь-яка довільна частота сигналу, рівна або більша, ніж частота екстремуму першої бічної пелюстки спектральної щільності ВФ, може бути визначена без методичної похибки, якщо інтервал аналізу зменшити таким чином, щоб нормована до зміненої довжини вибірки частота сигналу відповідала виразам (3) або (4).

5. Адаптивна оптимізація вибірки та перевірка отриманих результатів за допомогою чисельного моделювання

Наведемо алгоритм адаптивної оптимізації вибірки:

1. Відліки сигналу, що обробляється, записуються в пам'ять обчислювального пристрою і по ним, використовуючи обрану ВФ, обчислюється спектральна щільність, знаходиться положення максимуму модуля спектра з послідовним застосуванням швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) і дискретного перетворення Фур'є (ДПФ), обчислюються вимірювана частота і нульове наближення для $\hat{x}_1^{(0)}$ (5) [7, 8].

2. Ряд відносних частот з нульовою похибкою, що зберігається в пам'яті обчислювального пристрою, порівнюється з частотою $\hat{x}_1^{(0)}$ та для подальшого викокористання вибирається частота, оцінена з умови $x_{TI} \le \hat{x}_1^{(0)}$. При виконанні цього пункту необхідно враховувати дискретність кількості відліків оброблюваного сигналу. Якщо точка з нульовою похибкою знаходиться точно посередині між двома відліками спектру зваженої вибірки оброблюваного сигналу, то дискретну тривалість інтервалу аналізу для більшості ВФ доцільно округлювати вгору. Така доцільність обумовлена меншим скороченням числа оброблюваних відліків сигналу і монотонним зниженням рівня бічних пелюсток для більшості ВФ.

3. За відліками вибірки сигналу, що зберігаються в пам'яті обчислювального пристрою, обчислюється спектральна щільність, знаходиться положення максимуму модуля спектра, обчислюються вимірювана частота і перше наближення для $\hat{x}_1^{(1)}$.

4. Пункти 2–3 повторюються до виконання умови (5).

У розглянутому алгоритмі через скінченність числа відліків похибка оцінки частоти в загальному випадку не може бути нульовою. Тому необхідно оцінити ефективність розглянутої процедури для раціонального вибору результативних параметрів ВФ і частоти дискретизації сигналу [9, 10].

Перевірка отриманих теоретичних результатів проводилась методом чисельного моделювання в системі програмування MATLAB. В якості моделі сигналу використовувалися 32 відліки відрізку гармонічного сигналу з числом періодів, варійованим від одного до шести. Частота сигналу x_1 при моделюванні змінювалася з кроком $\Delta = 1/300$.

Для кожної з цих частот при моделюванні процесу оцінювання визначення положення екстремуму спектральної щільності проводилася в два етапи [5, 11]. На першому проводилось обчислення спектральної щільності за допомогою ШПФ і знаходився номер спектральної складової, що відповідає максимуму відліку спектральної щільності. На другому етапі в околиці знайденого максимуму проводився пошук екстремуму спектральної щільності, що обчислюється за допомогою ДПФ. Для пошуку максимуму спектра використовувалася програма одновимірної оптимізації з пакету MATLAB.

При мінімізації похибки вимірювання алгоритм обчислення ускладнювався. Спочатку проводилася оцінка частоти з вихідними значеннями параметрів ВФ за викладеною вище методикою. Потім проводилося уточнення потрібних параметрів відповідно до рекомендацій обраного методу і нове обчислення згідно з методикою. І т. д. до досягнення умов мінімізації.

Для розглянутих вище ВФ залежності логарифма нормованого середньоквадратичного відхилення (СКВ) результату оцінювання від нормованої частоти, отримані без оптимізації, наведені на рис. 1 суцільними тонкими лініями з круглими маркерами і без маркерів. Для ВФ Дольфа-Чебишева і Кайзера-Бесселя моделювання проводилося з рівнем бічних пелюсток рівними 40дБ і 80 дБ ($Q = 10^2$ і $Q = 10^4$ – ВФ Дольфа-Чебишева - тонка лінія без маркерів, $\alpha = 1.741$ і $\alpha = 3.423$ – ВФ Кайзера-Бесселя круглі маркери). Результати моделювання процесу оцінювання частоти при заданому рівні бічних пелюсток збігаються з теоретичними результатами.

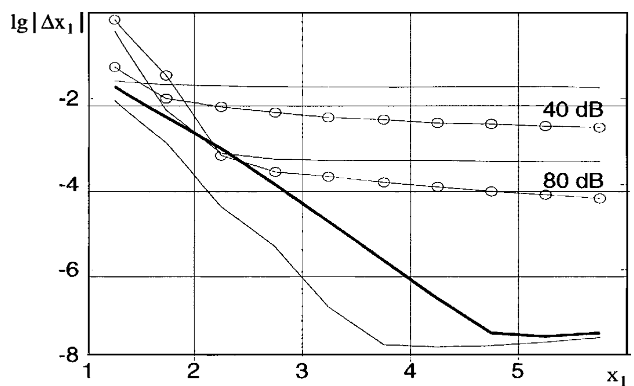

Рис. 1. Залежність СКВ результату вимірювань з оцінкою частоти по максимуму спектра від нормованої частоти при оптимізації ВФ Дольфа-Чебишева і Кайзера-Бесселя [1]

Для однакових максимальних рівнях бічних пелюсток обох ВФ при оцінюванні частоти сигналу, що містить близько одного періоду коливання, застосування ВФ Дольфа-Чебишева забезпечує меншу похибку за рахунок меншої ширини основної пелюстки спектральної щільності. Однак зі зростанням частоти монотонне зниження рівня бічних пелюсток спектральної щільності ВФ Кайзера-Бесселя призводить до зниження похибки оцінювання. У результаті із зростанням оцінюваної частоти сигналу ВФ Кайзера-Бесселя має істотну перевагу перед ВФ Дольфа-Чебишева.

Результати моделювання процедури оптимізації параметрів ВФ для ВФ Дольфа-Чебишева і Кайзера-Бесселя представлені на рис. 1, відповідно, суцільною тонкою лінією і суцільною жирною лінією. У порівнянні з теоретичними результатами є відмінності.

По-перше, це хоч і низький, але не нульовий рівень похибки оцінювання і по-друге, видно, що графіки, отримані моделюванням мають обмеження мінімального значення похибки величиною $10^{-7.5}$. Ці обмеження обумовлені похибками розрахунку, викликані дискретизацією, квантуванням сигналів і застосуванням ДПФ замість використаного при аналізі неперервного перетворення. В результаті точки частот з нульовою похибкою оцінювання, одержані з (3) і (4), не збігаються з аналогічними точками при моделюванні. Причиною такої розбіжності є відмінність спектрів дискретного і неперервного сигналів.

6. Висновки

Запропоновано методику адаптивної оптимізації параметрів ВФ, що мінімізує методичну похибку оцінювання частоти до малих величин. Методика реалізована за допомогою алгоритму адаптивної оптимізації вибірки, який виконує багатокрокову ітераційну обчислювальну процедуру. Для запропонованої методики застосовні ВФ, у яких положення екстремумів бічних пелюсток спектральної щільності однозначно пов'язане з варійованими параметрами. Запропонована методика досліджена з використанням однопараметричних ВФ Дольфа-Чебишева або Кайзера-Бесселя. При рівні шуму не більше мінус (40...80) дБ, запропоновані алгоритми оптимізації дозволяють забезпечити значне зниження похибки оцінювання, особливо при надмалих відносних частотах, коли сигнал містить одиниці періодів, (від одного до шести).

Отже, при збільшенні N розбіжності монотонно зменшуються. Розрахунки залежностей, аналогічних рис. 1, з різними періодами дискретизації показують, що збільшення N зменшує зсув теоретичних і практично отриманих значень з нульовою похибкою і знижує похибку вимірювання при моделюванні. Швидкість зменшення величини похибки із зростанням відносної довжини вибірки сигналу, отриманої при моделюванні, є меншою за швидкість зменшення похибки, отриманої з теоретичних розрахунків. Це обумовлено двома причинами: перша зумовлена застосуванням ДПФ, друга обумовлена розширенням основної спектральної компоненти і неминучим збільшенням впливу шумів в тому числі через квантування сигналу.

Література

1. Давыдочкин, В. М. Синтез весовых функций для спектрального анализа сигналов [Текст] : матер. междун. науч. конф./ В. М. Давыдочкин, С. В. Давыдочкина // Информационные технологии в современном мире. Ч. 3. – Таганрог, 2010. – С. 29–33.
2. Хэррис, Ф. Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье [Текст] / Ф. Дж. Хэррис // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66, № 1. – С. 60–96.
3. Дворкович, А. В. Ещё об одном методе расчёта эффективных оконных функций, используемых при гармоническом анализе с помощью ДПФ [Текст] / А. В. Дворкович // Цифровая обработка сигналов. – 2011. – № 3. – С. 13-18.
4. Марпл-мл., С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. [Текст] / С. Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
5. Рабинер, Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов [Текст] / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – М.: Мир, 1978. – 523 с.
6. Хемминг, Р. В. Цифровые фильтры [Текст] / Р. В. Хемминг; пер. с англ.; под ред. А. Хойнен // ТИИЭР. – 1965. – Т. 53, № 8. – С. 1074–1076.
7. Chengge, Z. A method for target estimation of level radar [Text] : inter. Conf. / Z. Chengge, Y. Yeshu, Z. Xinchao, W. Xin // Radar proceedings. ICR'96. Beijing. China, 2012. – P. 270–273.
8. Кожевников, Н. И. Ряды и интегралы Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразования Лапласа [Текст] / Н. И. Кожевников, Т. И. Краснощекова, Н. Е. Шишкин. – М.: Наука, 1964. – 323 с.
9. Давыдочкин, В. М. Минимизация погрешности измерения расстояния при цифровой обработке сигналов в ближней частотной радиолокации [Текст] / В. М. Давыдочкин, В. В. Езерский // Цифровая обработка сигналов. – 2009.– № 3. – С. 22–27.
10. Дженкинс, Г. Спектральный анализ и его приложения. Выпуск 1 [Текст] / Г. Дженкинс, Д. Ватте. – М.: Мир, 1972. – 316 с.
11. Шахтарин, Б. И. Методы спектрального оценивания случайных процессов [Текст] / Б. И. Шахтарин, В. А. Ковригин. – М.: Гелиос АРВ, 2009. – 248 с.